

Raisonnement algorithmique et compétences mathématiques

Journée IREM ESPE de Martinique

6 Octobre 2016

Jean-François Culus

jean-francois.culus@espe-martinique.fr

Plan

- Introduction: Maths et Algorithme
- Codage binaire et application
- Exemple de code correcteur
- Algorithme de tri: deux exemples

Un lien ancien entre mathématiques et algorithmique



Un témoignage: Papyrus Rhind

- Signé scribe Ahmès, 33^e année du règne d'Apophis
- XVI^e siècle avant notre ère



Les trois niveaux

Les textes de problèmes ont une structure en 3 niveaux. En ordre descendant d'abstraction :

1. (la stratégie de solution — comment résoudre le problème donné)
2. l'**algorithme** — quelle séquence d'opérations pour effectuer la solution
3. le **calcul** — comment effectuer chaque opération

Résolution de $x + x/4 = 15$

Les parties d'un texte de problème

Une quantité; son $\overline{4}$ lui a été ajouté. Elle est devenue 15.

Calcule à partir de 4. Tu feras leur $\overline{4}$: 1. Total: 5.

Calcule à partir de 5 pour trouver 15.

$\overline{1}$ 5
 $\overline{2}$ 10
3 en résultera

Calcule à partir de 3, 4 fois.

1 3
2 6
 $\overline{4}$ 12
12 en résultera

(Titre +) Énoncé du problème

La quantité	12	1	12
Son $\overline{4}$	3	$\overline{4}$	3
Total	15		

L'algorithme du pRhind 26

Calcule à partir de 4. Tu feras leur $\bar{4}$: 1.

[Additione 1 et 4.] Total: 5.

Calcule à partir de 5 pour trouver 15. 3 en résultera.

Calcule à partir de 3, 4 fois. 12 en résultera.

$$\frac{1}{4} (4) = 1$$

$$[1 + 4] = 5$$

$$15 \div 5 = 3$$

$$3 \times 4 = 12$$

Le flot d'information

... et le $\frac{1}{4}$, 4, 15 ?

Une quantité; son $\bar{4}$ lui a été ajouté. Elle est devenue 15.

Donnée 1 

Donnée 2 

Codage en base 2

- Principe : Ecriture décimale / Ecriture en base 2
- Exemples d'activités
- Algorithmique & lien avec les compétences mathématiques

Écritures décimale et binaire

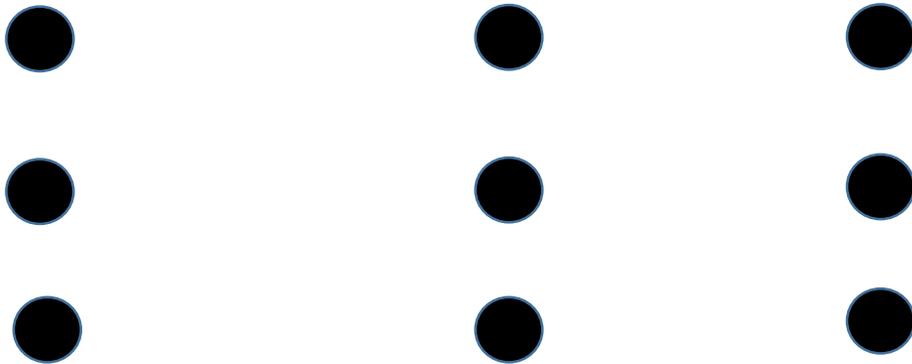
- Représentation d'un nombre en base 10:

$$135 = 100 + 3 \cdot 10 + 5 = 10^2 + 3 \cdot 10 + 5$$

- Représentation d'un nombre en base 2:

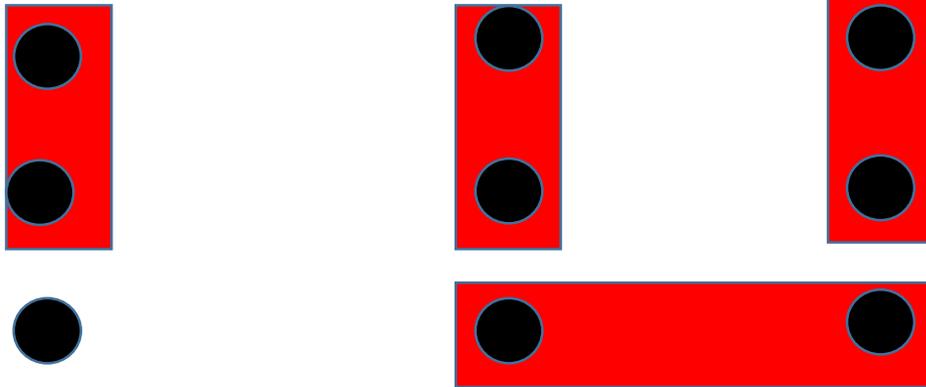
$$\overline{1001}_2 = 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2 + 1 = \overline{8}_{10} + \overline{1}_{10} = \overline{9}_{10}$$

Regroupement par paquets de 2

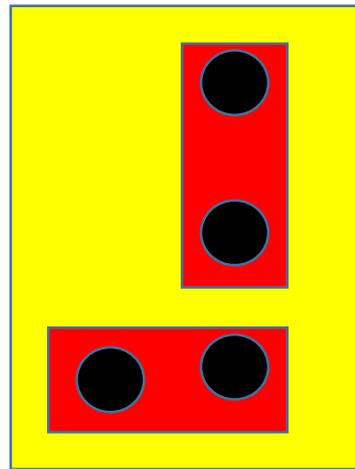
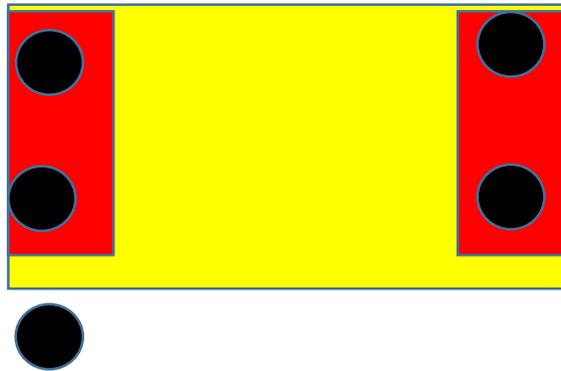


Regroupement par paquets de 2

- 4 paquet de 2
- Reste 1

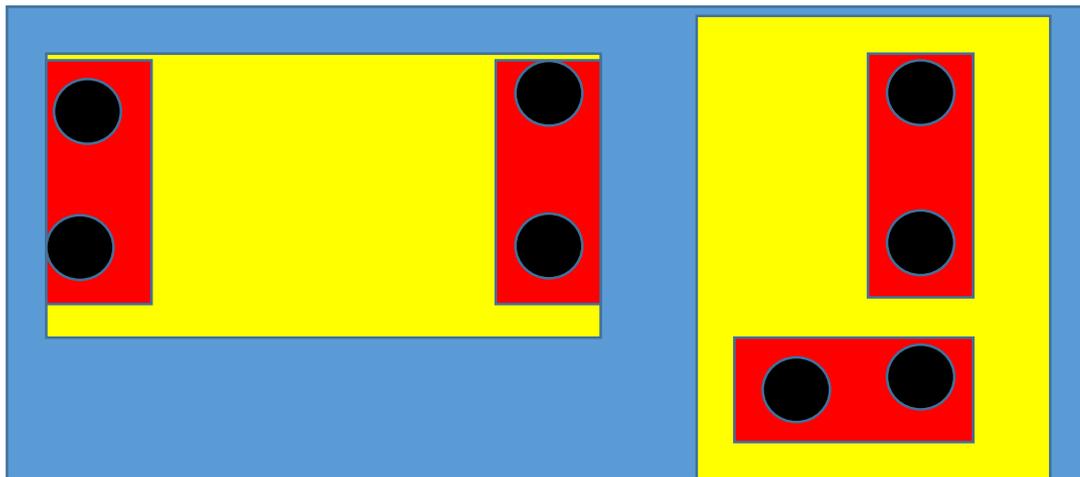


Regroupement par paquets de 2



- 2 paquet de
paquet de 2
- Reste 0

Regroupement par paquets de 2

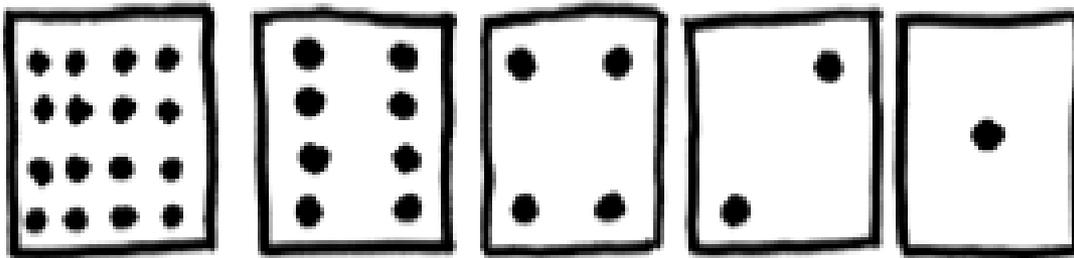


- 1 paquet de
paquet de
paquet de 2
- Reste 0



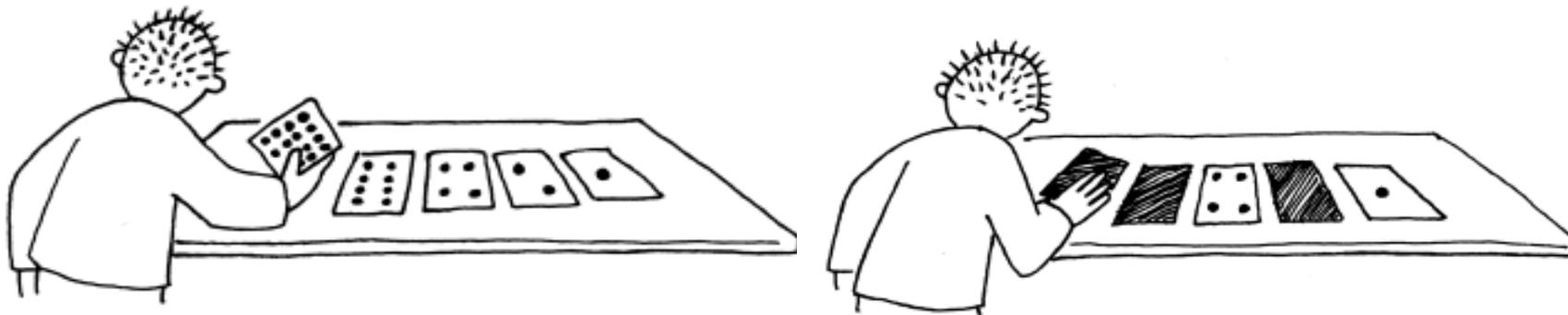
Ecriture binaire de 9: 1001

Base 2



0 1 0 0 1 = 9

Exemple d'activité



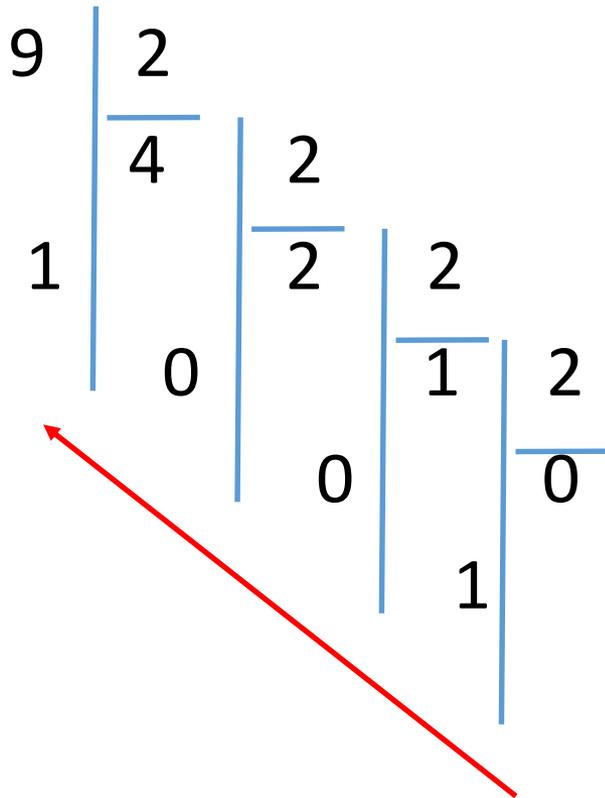
Lien avec la division euclidienne

$$9 \overline{) 2}$$

Lien avec la division euclidienne

$$\begin{array}{r|l} 9 & 2 \\ & \hline & 4 \\ 1 & \end{array}$$

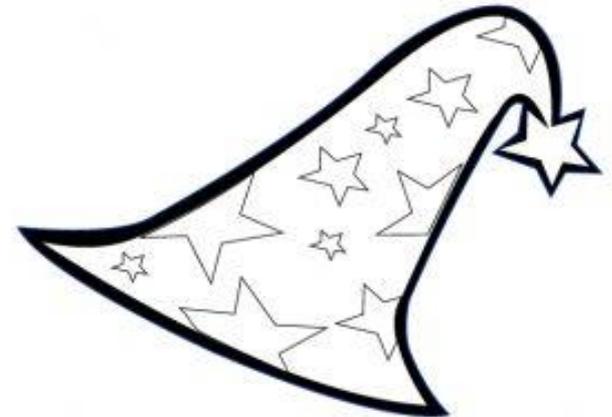
Lien avec la division euclidienne



9 s'écrit 1001 en base 2

Tour de Magie !!!

- Pense à un nombre entre 1 et 31
Note le et montre le à la classe ...



Est-ce que le nombre est dans ce tableau ?

9	17	23	3
21	5	27	11
15	31	7	25
1	13	29	19

Est-ce que le tableau est dans ce tableau ?

10	19	27	3
6	23	30	15
18	26	11	2
31	14	22	7

Est-ce que le tableau est dans ce tableau ?

14	28	22	5
12	21	30	29
23	4	15	7
6	13	20	31

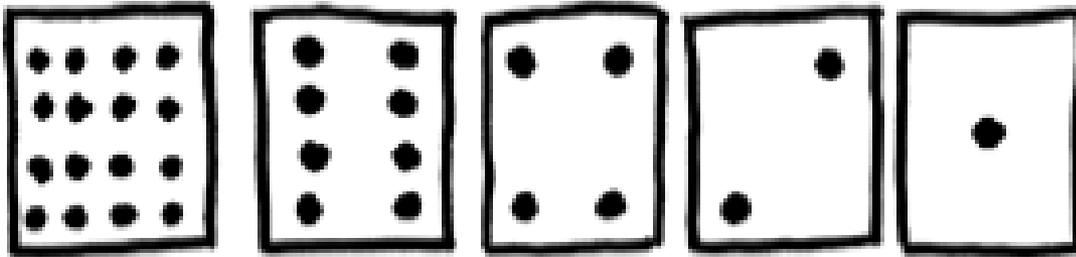
Est-ce que le tableau est dans ce tableau ?

25	8	30	12
14	27	10	31
29	11	26	15
9	24	13	28

Est-ce que le tableau est dans ce tableau ?

21	31	17	28
19	27	30	22
26	23	29	18
16	25	20	24

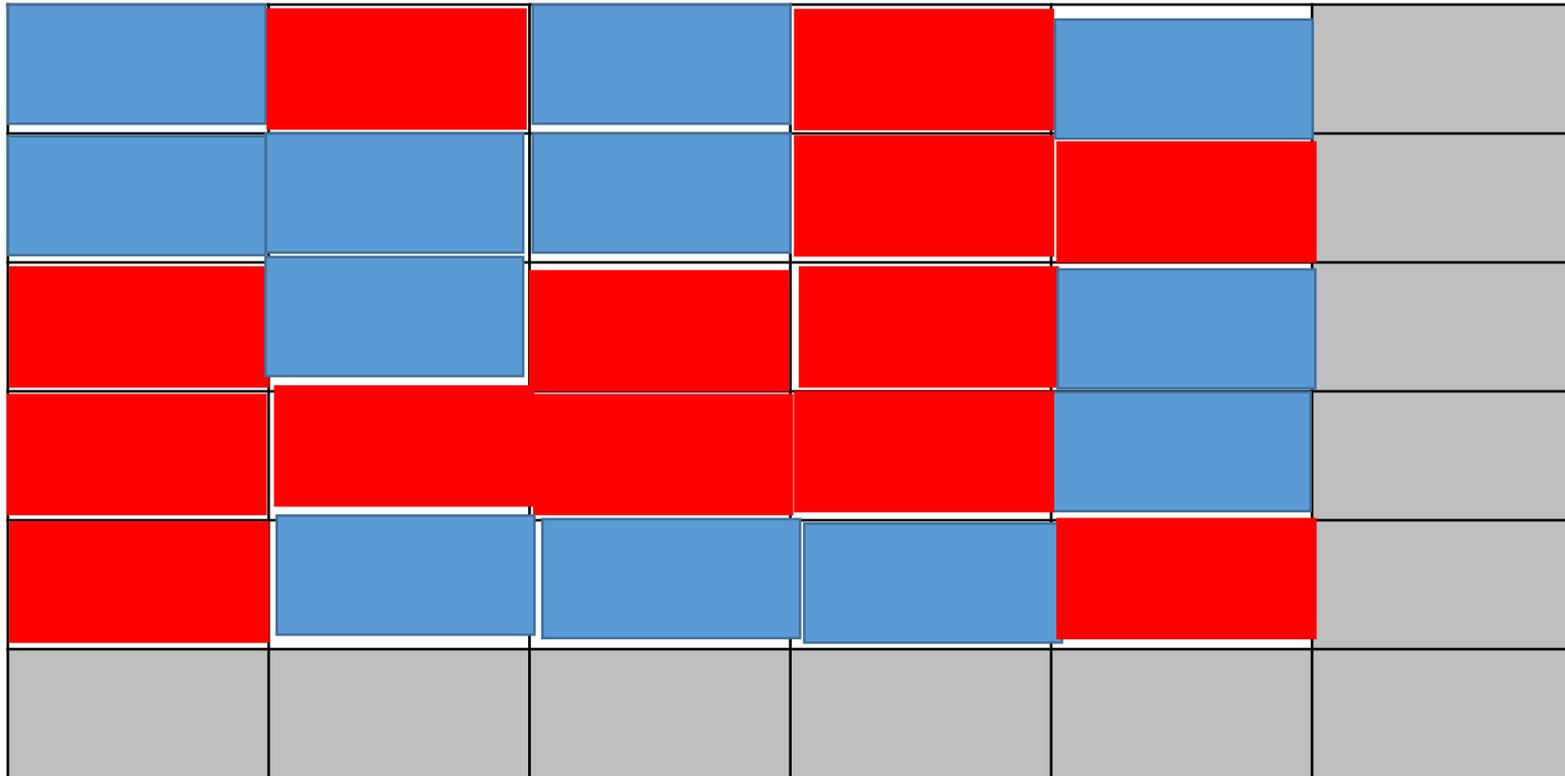
Base 2



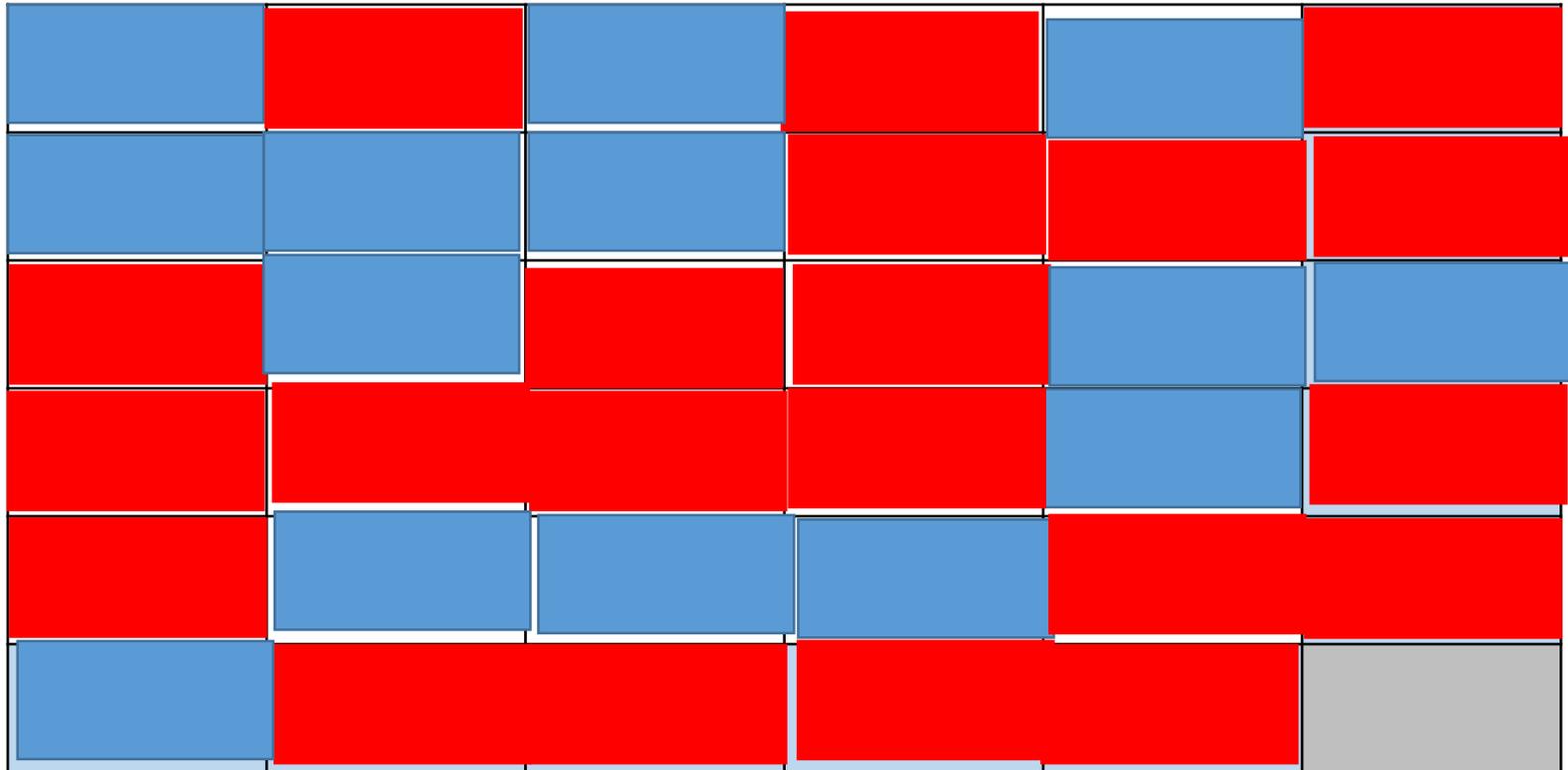
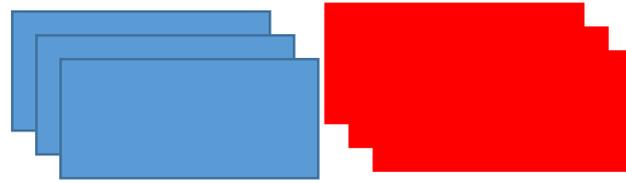
Codes correcteurs



Correction d'erreur



Correction d'erreur



Clés de détection d'erreur (TS)

- Numéro INSEE: 2 55 08 14 168 025 **38**
Clé 97-n où n= reste du Num par 97
- ISBN: 2 212 09265 **2**
Clé: reste par 11 du Num
- Codes barres, Codes QR, RIB,

Algorithmes de Tri



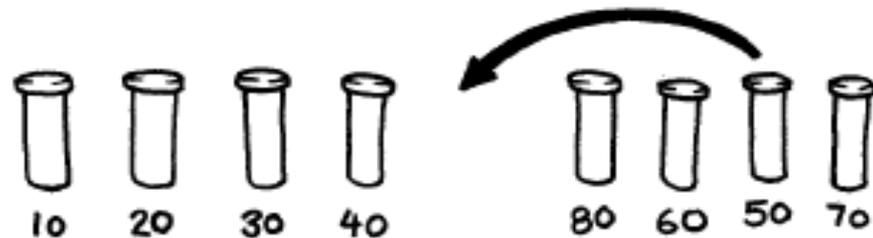
Trier en comparant 2 à 2 les éléments



Comment faire pour minimiser le nombre de pesées ?

Méthode 1: Tri par sélection

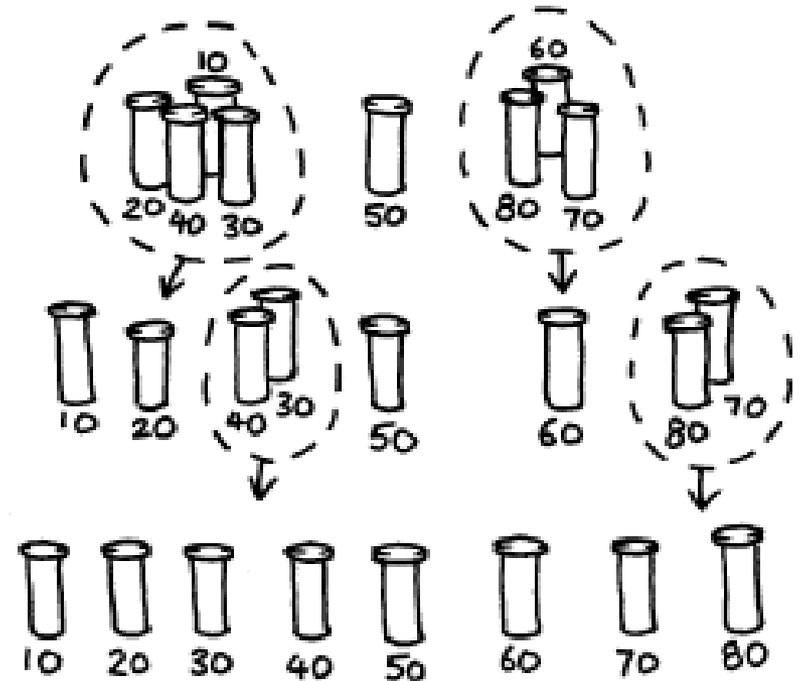
- On cherche la boîte la plus légère, et on la sort en la positionnant à gauche.
- On recommence avec les boîtes restantes.



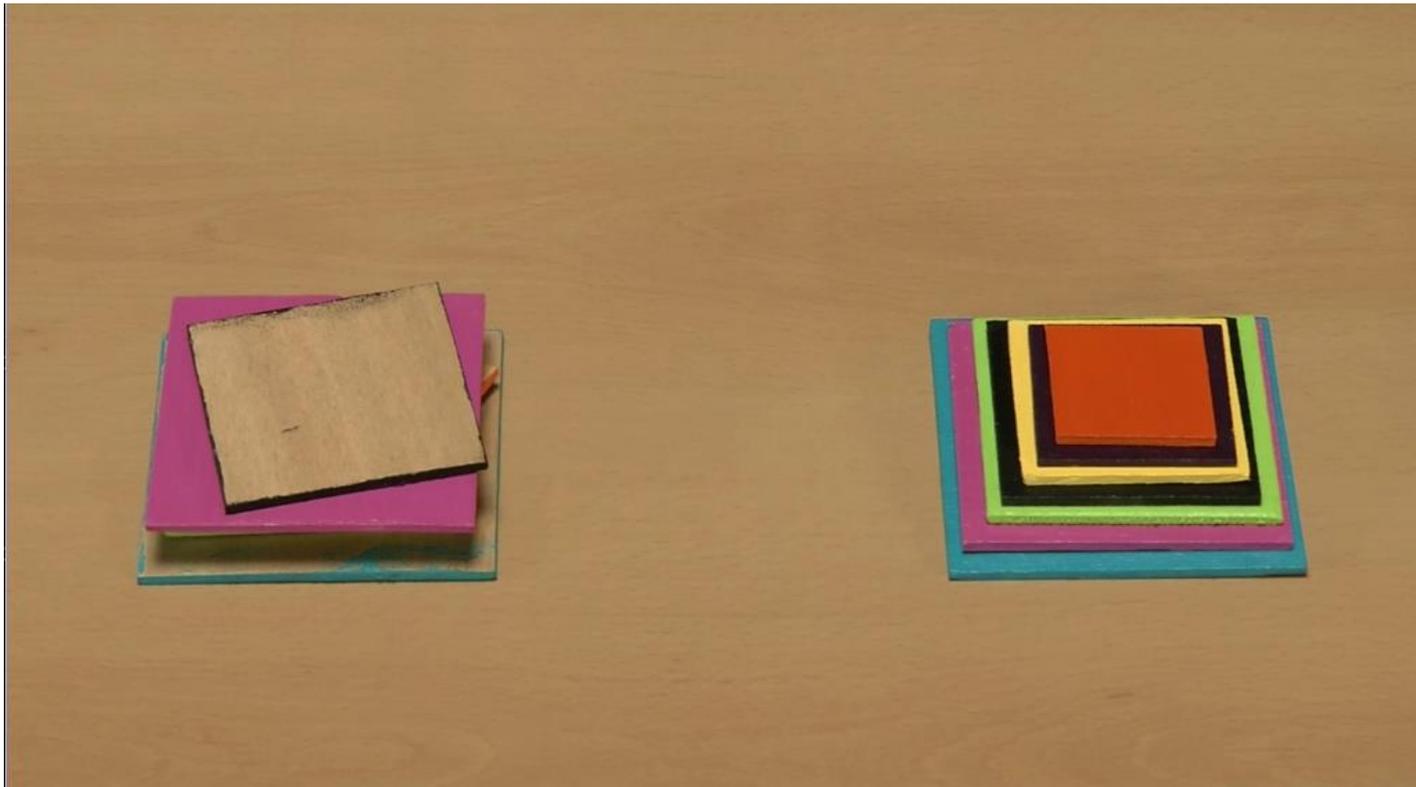
- Combien d'étapes lorsque l'on a 8 boîtes ?

Divide & Conquer

- On prend une boîte au hasard: on compare toutes les autres à elle, et on sépare celles qui sont plus légères qu'elle et celles qui sont plus lourdes qu'elle.
- On recommence avec chaque groupe tant qu'il y a plus d'une boîte.



Tri version 2: Crépier psychorigide



4
2
3
1
5



4
2
3
1
5



Les tours de Hanoi

